Prosti pad

Uvod

Prosti pad je pojav, ko na telo deluje le sila gravitacije. Zaradi tega se padajoče telo pospešuje. Gravitacijska sila je posledica interakcije med telesi in je sorazmerna z maso obeh teles. Glej npr. [1]. Gravitacijska sila pada z kvadratom razdalje med telesi. V primeru prostega pada, igra ključno vlogo gravitacija med zemljo in padajočim telesom (kovinsko kroglico). S tem, ko se kroglica pospešuje in približuje zemlji, se gravitacijska sila spreminja. V prvem približku to spremembo zanemarimo in privzamemo, da je gravitacijska sila konstantna, določena z gravitacijskim pospeškom (g) in maso telesa (m). V tem primeru je gibanje padajoče kroglice enakomerno pospešeno – II. Newtonov zakon. Pri zgornji poenostavitvi smo zanemarili odstopanja, ki nastanejo zaradi spremembe gravitacijske sile. Pri natančni izpeljavi se izkaže, da je ta razlika mnogo manjša kot je odstopanje, ki je posledica sile zračnega upora padajoče kroglice. Več o zračnem uporu najdemo npr. na [2]. Zračni upor zmanjša gravitacijsko silo in posledično pospešek padajočega telesa. Zaradi tega se čas padanja podaljša, kar izračunamo z integriranjem II. Newtonovega zakona, če ga zapišemo v obliki:

$$a = \frac{dv}{dt} = F(v) \quad \int_0^v \frac{dv}{F(v)} = t \quad h = \int_0^{t_p} v(t)dt$$

kjer je F vsota gravitacijske sile in sile upora ter h višina prostega pada. Iz prvega integrala izrazimo hitrost kot funkcijo časa in jo vstavimo v drugi integral. Iz drugega integrala izrazimo čas padanja (t_p).

Hipoteza

Z merjenjem časa padanja kovinske kroglice želimo pokazati da je

1. velikost gravitacijskega pospeška 9.81 m/s^2.
2. čas padanja odvisen od kvadratnega korena višine: $h = \frac{1}{2}gt^2$

Opis meritve

Čas padanja kovinske kroglice merimo z natančnim merilnikom časa. Začetek in konec padanja merilnik zazna preko dveh stikal. Prvo stikalo je na vrhu in ima obliko nekakšne kovinske brizge. V resnici je to posebno prijemalo. Kovinsko kroglico vstavimo in zadržimo z posebnim prijemalom, ki je istočasno električno stikalo. Kroglica omogoča električni kontakt med dvema vodnikoma, ki sta priklopljena na prijemalo. Ko kroglico spustimo, prekinemo električni tokokrog in štoparica začne meriti čas. Ko kroglica pristane na spodnjem podstavku, se ta spusti in spravi v ohišje. S tem prekine tokokrog drugega stikala in štoparica ustavi merjenje časa in nam prikaže čas padanja (t_p). Višino padanja nastavimo na priročnem stojalu in pri tem pazimo, da je zgornjo prijemalo poravnano s spodnjim stikalom. V nasprotnem primeru kroglica ne bo zadela spodnjega stikala ali ga bo zvila.

Navodila

- Izberi štiri različne višine v obsegu stojala. Pri vsaki višini izvedi 25 meritev časa padanja.
- Ne pozabi zapisati mase kroglice, natančnosti inštrumentov, temperature zraka. Oceni natančnost meritve višine.

Analiza meritev

- Statistično obdelaj meritve in jih predstavi na grafu časa padanja kot funkciji višine. Pri vsaki višini prikaži povprečno vrednost in statistično napako povprečne vrednosti. Na grafu prikaži tudi teoretični model in poišči tisto vrednost gravitacijskega pospeška, ki najbolje opiše meritve. Uporabi metodo najmanjših kvadratov. Glej npr. [3] ali [4].
- Za vsako višino nariši histogram porazdelitve časov padanja. Preveri, ali njihova porazdelitev ustreza Gaussovi porazdelitvi, tako da na vsak histogram dodaš Gaussovo porazdelitev. Parametre Gaussove porazdelitve določi z metodo najmanjših kvadratov in jih prikaži ob vsakem histogramu. Poleg

povprečne vrednosti ($\overline{t_p}$) in standardnega odklona (σ_t), prikaži tudi izračunano vrednost g in napako.

- V primeru, da določena porazdelitev močno odstopa od Gaussove porazdelitve, nariši časovno odvisnost meritve (zaporedna številka na abscisi). Na tem grafu prikaži z vodoravnimi črtami: $\overline{t_p}$, $\overline{t_p} \pm \sigma_t$, $\overline{t_p} \pm 2\sigma_t$ in $\overline{t_p} \pm 3\sigma_t$.
- (Dodatno) Primerjaj izmerjene vrednosti časa padanja z pričakovanimi, če upoštevaš silo zračnega upora.

Literatura

1. Strnad, J., *Fizika*1995.
2. Wikipedia. 2013; vir: http://sl.wikipedia.org/wiki/Upor_sredstva.
3. SciPy. 2013; vir: http://python4mpia.github.io/fitting_data/least-squares-fitting.html.
4. Wolfram. 2013; vir: http://reference.wolfram.com/mathematica/ref/LinearModelFit.html.

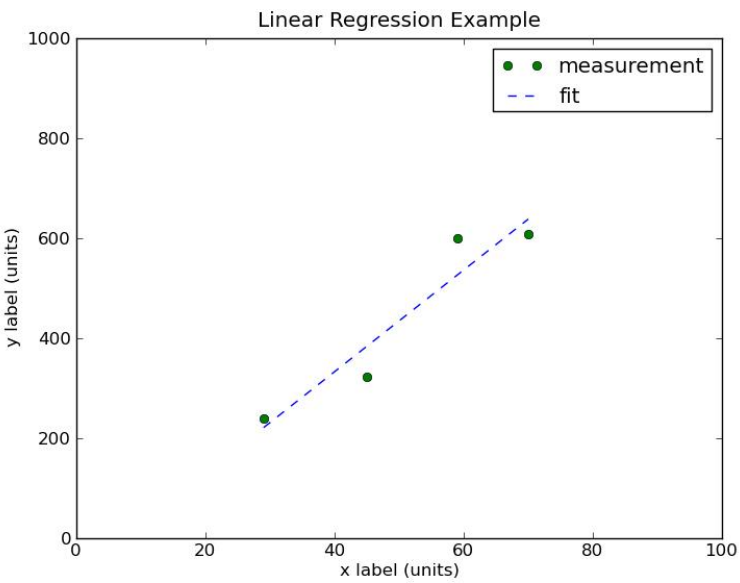
Dodatek

Primer uporabe metode najmanjših kvadratov za izračun koeficientov premice in napak koeficientov premice.

```
from scipy import polyval,sqrt,stats
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

data=np.loadtxt("test.txt")
x=data[:,0]
y=data[:,1]

slope, intercept, r, prob2, see = stats.linregress(x, y)
mx = x.mean()
sx2 = ((x-mx)**2).sum()
sd_intercept = see * sqrt(1./len(x) + mx*mx/sx2)
sd_slope = see * sqrt(1./sx2)

print "intercept:",intercept," error:",sd_intercept
print "slope:",slope," error:",sd_slope

yr=polyval([slope,intercept],x)

#matplotlib ploting
plt.title('Linear Regression Example')
```

```
plt.plot(x,y,'go')
plt.plot(x,yr,'--')
plt.legend(['measurement','fit'])
plt.ylabel('y label (units)')
plt.xlabel('x label (units)')
plt.axis([0,100,0,1000])
plt.show()
```

Zgornja python scripta nariše sliko, ki jo nato shranimo v EPS formatu. Primer je prikazan na spodnji sliki. EPS format zavzame najmanj prostora in nudi najboljšo kvaliteto. Poleg tega skripta izpiše vrednosti obeh koeficientov in njihovih napak.



Slika 1: Primer iskanja koeficientov po metodi najmanjših kvadratov. Pike prikazujejo meritev, črtkana črta pa premico, ki najbolje opiše meritev.